Roll No.								

24214-MJ

B.Sc. II SEMESTER [MAIN/ATKT] EXAMINATION
JUNE - JULY 2024

MATHEMATICS
[Calculus and Differential Equations]
[Major Subject]

[Max. Marks : 60] *[Time : 3:00 Hrs.]*

Note : All THREE Sections are compulsory. Student should not write any thing on question paper.
नोट : सभी तीन खण्ड अनिवार्य हैं। विद्यार्थी प्रश्न–पत्र पर कुछ न लिखें।

[Section - A]

This Section contains **Multiple Choice Questions**. Each question carries **1 Mark**. All questions are compulsory.
इस खण्ड में **बहुविकल्पीय प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न **1 अंक** का है। सभी प्रश्न अनिवार्य है।

Q. 01 The n-th derivative of $\sin(ax + b)$ is -
$\sin(ax + b)$ का n वां अवकलज है –

a) $a^n \sin(ax + b)$ **b)** $a^n \sin(ax + b + \pi/2)$

c) $a^n \sin(ax + b + n\,\pi/2)$ **d)** $b^n \sin(ax + b + n\,\pi/2)$

Q. 02 The curvature of the circle of radius r is -
r त्रिज्या के वृत्त की वक्रता है -

a) 0 **b)** r

c) 1/r **d)** 2r

Q. 03 The value of $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x\, dx$ is -
$\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^2 x\, dx$ का मान है –

a) $\pi/32$ **b)** 1/32

c) π **d)** $32/\pi$

Q. 04 Condition for exactness of differential equation $Mdx + Ndy = 0$ is
अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ के यथातथ होने का प्रतिबन्ध है –

a) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ **b)** $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

c) $\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0$

d) $\frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial x} = 0$

Q. 05 The value of $\frac{1}{D^2 + a^2} \sin a x$ is -

$\frac{1}{D^2 + a^2} \sin a x$ का मान है -

a) $-\frac{x}{2a} \cos a x$

b) $\frac{x}{2a} \sin a x$

c) $-\frac{x}{2a} \sin a x$

d) $\frac{x}{2a} \cos a x$

[Section - B]

This Section contains **Short Answer Type Questions.** Attempt **any five** questions in this section in 200 words each. Each question carries **7 Marks**.

इस खण्ड में **लघुउत्तरीय प्रश्न** हैं। इस खण्ड में **किन्हीं पांच** प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 200 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न **7 अंक** का है।

Q. 01 If $y = (\sin^{-1} x)^2$, then prove that

यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$, तब सिद्ध कीजिये कि

$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x y_{n+1} - n^2 y_n = 0$

Q. 02 If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$, then prove that

$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = (½) \sin 2u$

यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$, तब सिद्ध कीजिये कि

$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = (½) \sin 2u$

Q. 03 Find the radius of curvature at the point (x, y) of the parabola $y^2 = 4ax$.

परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

Q. 04 Find the points of inflexion of the curve $y = x^3$

वक्र $y = x^3$ के नति परिवर्तन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिये।

Q. 05 Find the value of $\int \sin^5 x \cos^4 x \, dx$

$\int \sin^5 x \cos^4 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

Cont. . .

Q. 06 Find the complete area of the ellipse -

दीर्घवृत्त का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये –

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Q. 07 Solve हल कीजिये –

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2$$

Q. 08 Find the general and singular solution of the equation $y = px - p^2$

समीकरण $y = px - p^2$ का व्यापक एवं विचित्र हल ज्ञात कीजिये।

[Section - C]

This section contains **Essay Type Questions**. Attempt **any two** questions in this section in 500 words each. Each question carries **10 marks**.

इस खण्ड में **दीर्घउत्तरीय प्रश्न** हैं। इस खण्ड में **किन्हीं दो** प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 500 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न **10 अंकों** का है।

Q. 09 Find the asymptotes of the following curve -

निम्नलिखित वक्र की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये –

$$y^3 - x^2 y - 2x y^2 + 2x^3 - 7x y + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

Q. 10 Trace the following curve -

निम्नलिखित वक्र का अनुरूपेण कीजिये –

$$y^2 (2a - x) = x^3$$

Q. 11 Solve हल कीजिये –

$$(D^2 - 2D + 5) y = e^{2x} \sin x$$

Q. 12 Solve by the method of variation of parameter -

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिये –

$$(D^2 + a^2) y = \sec a x$$

—————o—————